Aula 20

Gravitação Universal I

Sumário

- Gravitação
- A Lei da Gravitação de Newton
- A Gravitação e o Princípio da Sobreposição
- A Gravidade junto à Superfície da Terra
- A Gravidade no interior da Terra
- A Energia Potencial Gravítica

Lei de Newton da Gravitação Universal

Cada partícula do Universo exerce sobre qualquer outra partícula uma força atractiva que é directamente proporcional ao produto das respectivas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas:

$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

G é a ***constante da gravitação universal***

$G = 6.673 \times 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}

Lei de Newton da Gravitação Universal

É um exemplo de uma ***lei de inverso de quadrado***

O módulo da força varia com o inverso do quadrado da distância entre as partículas

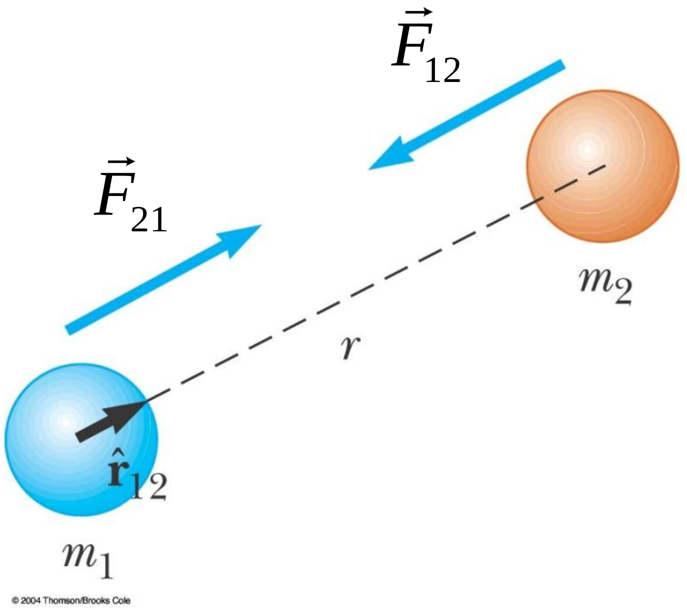
Na forma vectorial, a expressão da lei é:

$$\vec{F}_{12} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\hat{r}_{12}$$

Lei de Newton da Gravitação Universal

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

As duas forças constituem um par de acção e reacção;

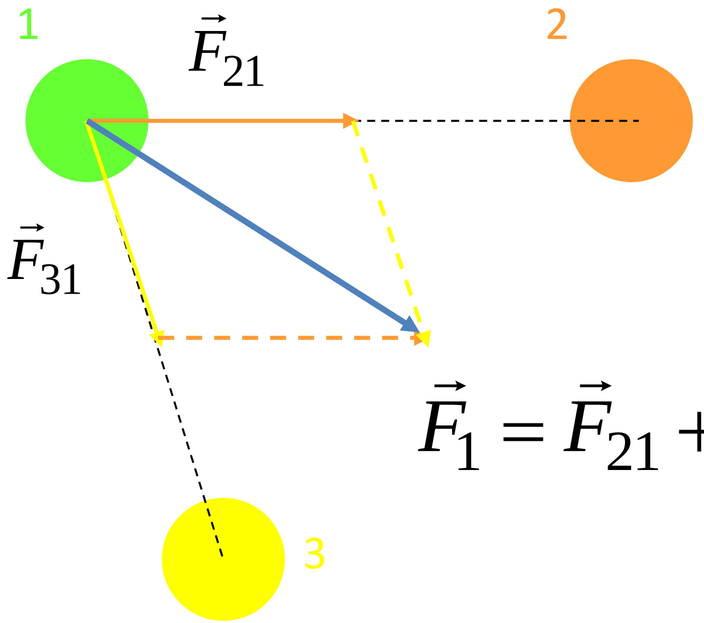


A força é de alcance infinito, mas o seu módulo decresce rapidamente com a distância, como consequência do inverso do quadrado.

Princípio de sobreposição da força gravitacional

Sistema de 3 partículas:

A partícula 1 está sob a acção de forças exercidas por cada uma das outras partículas. A força total a que está sujeita é a soma das forças exercídas por cada uma das outras partículas.



$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31}$$

Sistema de n partículas: $$\vec{F}_1 = \sum_{k\geq 2} \vec{F}_{k1}$$

Força Gravítica resultante de uma Distribuição de Massa

A força gravítica (ou gravitacional) exercida por uma distribuição finita de massa com simetria esférica numa partícula exterior à distribuição de massa, é a mesma que seria exercida se toda a massa da distribuição estivesse concentrada no centro;

No caso da Terra,

$$F_g = G\frac{M_{\mathrm{T}} m}{R_{\mathrm{T}}^2}$$

G e *g*

Não devemos confundir as constantes *G* e *g*

G é a constante de gravitação universal

Possui o mesmo valor em todos os pontos

g é o módulo da aceleração resultante da gravidade

g = 9.80 m s^{-2} à superfície da Terra

g varia com o local em que medimos

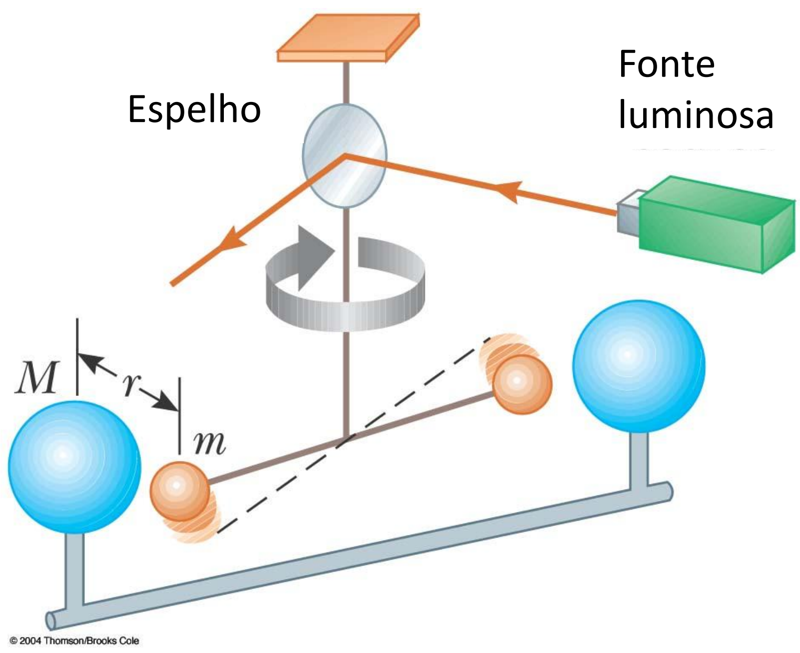
A medida de *G*

G foi medida pela primeira vez por Henry Cavendish em 1798;

A força de atracção entre duas esferas provoca a rotação do varão;

O espelho permite detectar pequenas rotações;

A experiência foi repetida com massas de valores diferentes.



Obtenção de *g* a partir de *G*

O módulo de uma força que actua num objecto de massa *m* em queda livre junto à superfície da Terra é *mg*;

Este valor pode ser obtido a partir da Lei da Gravitação Universal:

$$mg = G\frac{M_{\mathrm{T}}m}{R_{\mathrm{T}}^2} \qquad g = G\frac{M_{\mathrm{T}}}{R_{\mathrm{T}}^2}$$

Comentário sobre *g*

Na realidade, a expressão anterior é válida para um referencial de inércia. Como a Terra está em rotação, vimos anteriormente que *g* se modifica devido às componentes centrífuga (corpo em repouso e em movimento) e de Coriolis (só corpo em movimento).

Na radial, a correcção do valor de *g* para um corpo em repouso é dada por: $g' = g - \omega^2 R_T \cos^2\lambda$ em que ω é a velocidade de rotação da Terra e λ é a latitude.

No equador, esta correcção é máxima e vale 0.034 ms^{-2}.

g Acima da Superfície da Terra

Se um corpo está a uma altura h acima da superfície da Terra, $r = R_T + h$:

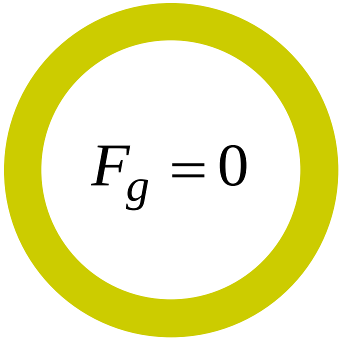
$$g = \frac{GM_T}{\left(R_T + h\right)^2}$$

Mostra que g diminui quando a altitude aumenta;

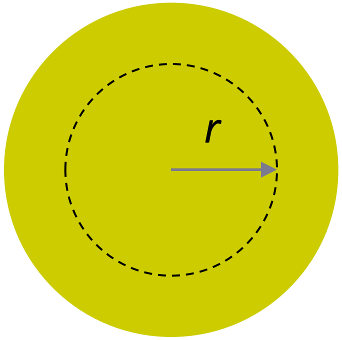
Quando $r \to \infty$, o peso do corpo tende para zero.

A Gravitação no Interior da Terra

A força gravítica resultante de uma camada esférica de massa uniforme numa partícula que se encontre no seu interior é nula.



Assim, em cada ponto, do interior da Terra, à distância *r* do centro só conta a influência da massa esférica de raio *r*, que vale: $F_g = G\dfrac{mM'}{r^2}$



em que M' é a fracção de massa na esfera de raio *r*: Considerando a distribuição de massa homogénea, viria: $M' = \dfrac{M_T}{\frac{4}{3}\pi R_T^{\,3}} \times \dfrac{4}{3}\pi r^3$

A Gravitação no Interior da Terra

$$F_g = G\frac{mM_T}{R_T{}^3}r \quad \text{para} \quad r \leq R_T$$

Como temos:

$$F_g = G\frac{mM_T}{r^2} \quad \text{para} \quad r \geq R_T$$

a representação da força gravitacional exercída sobre uma partícula de massa *m*, em função da distância ao centro da Terra, seria a da figura.